

## 情報意味論(13)

(簡単に)事例ベースアプローチ

櫻井彰人  
慶應義塾大学工学部

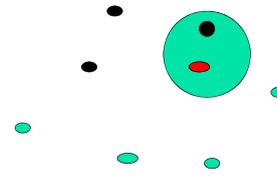
## 事例ベース学習

- キーアイデア
  - 訓練データ $\langle x_i, f(x_i) \rangle$ を全て憶えていよう(とりあえずは、何も、または、あまりしない)
  - 問い合わせがあつたら、その時点で、しよう
- この類に属する方法
  - 最近傍法 (Nearest neighbor)
  - $k$ -Nearest neighbor
  - Locally weighted regression
  - Radial basis functions
- Lazy 対 eager

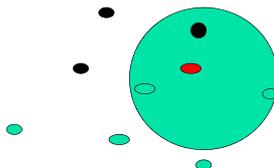
## 最近傍法

- 最近傍法 (Nearest neighbor)
  - 問合せ $x_q$ に対し、最近接の $x_n$ を見つけ、 $f(x_q) \leftarrow f(x_n)$ とする
- $k$ -Nearest neighbor
  - $k$ 個の最近接データの間で、多数決
  - $k$ 個の最近接データの間で、平均値

## 1-Nearest Neighbor



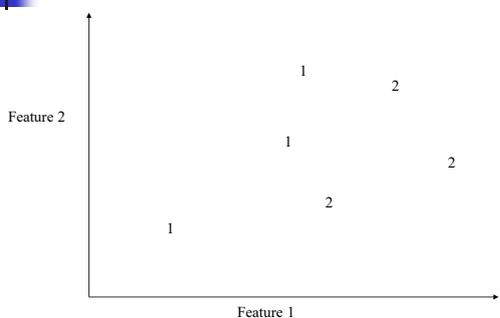
## 3-Nearest Neighbor



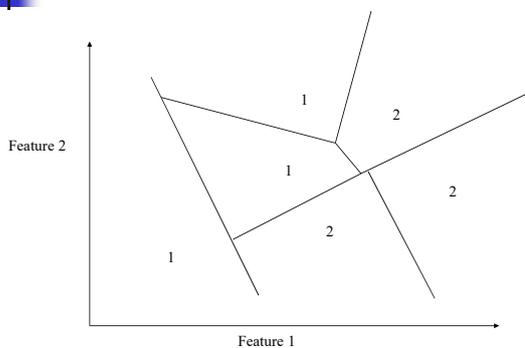
## 最近傍法の特徴

- いつ使うか
  - 属性が  $R^n$  の点とみなせる
  - 属性数はあまり多くない(数十個?)
  - 大量の訓練データ
- 長所
  - 学習が速い
  - 複雑な目標関数も表現可能
  - (訓練データがもつ)情報を失うことがない
- 短所
  - 問合せ時、遅い
  - 無関係な属性によって、簡単に、ごまかされる

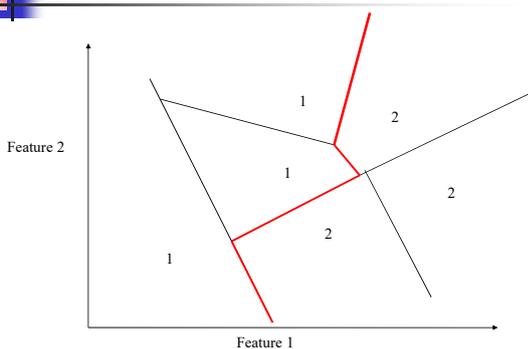
### 幾何的解釈



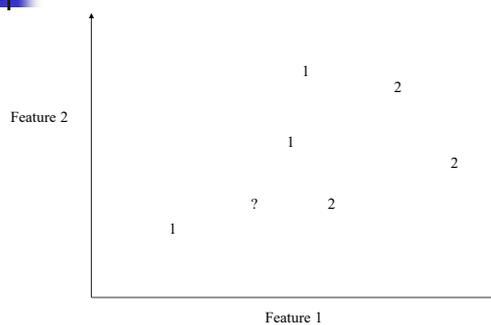
### 境界



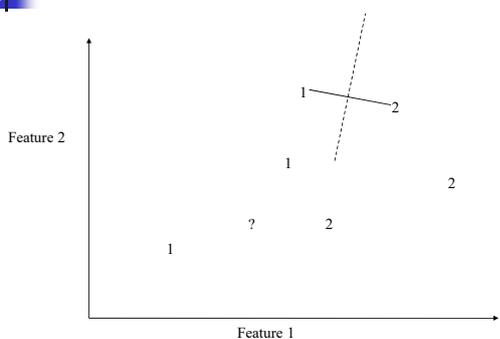
### 境界



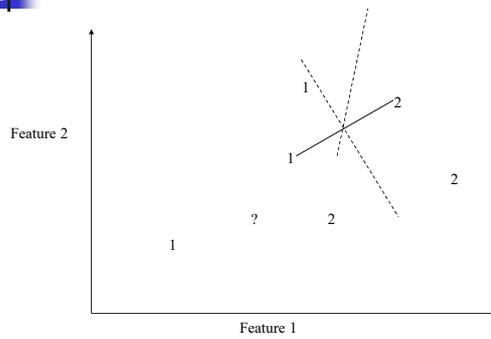
### 境界を描く

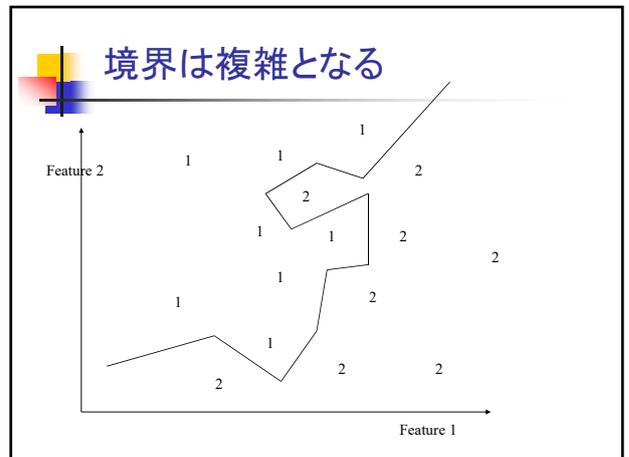
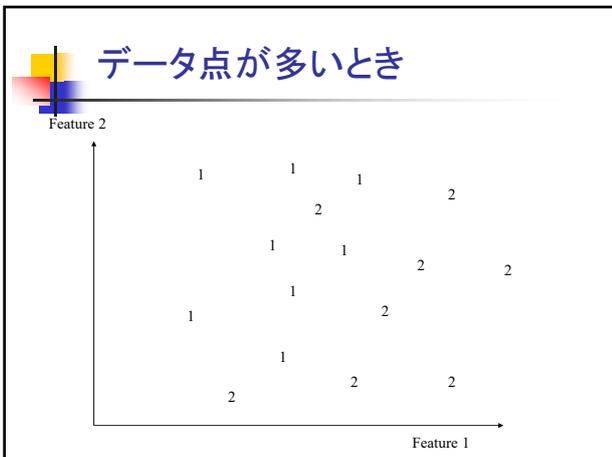
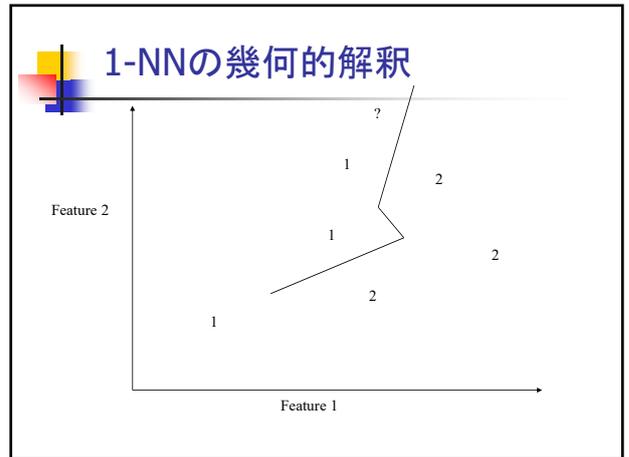
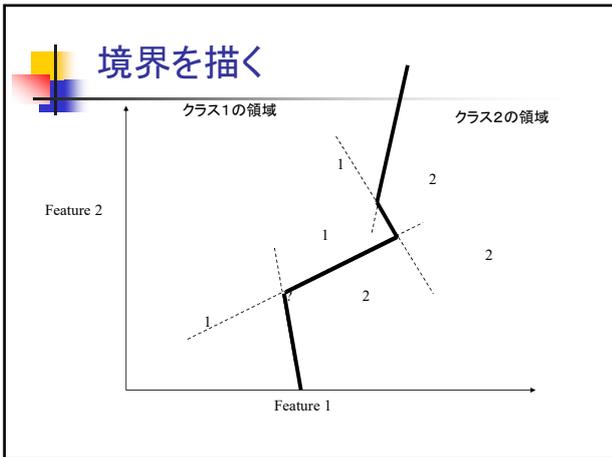
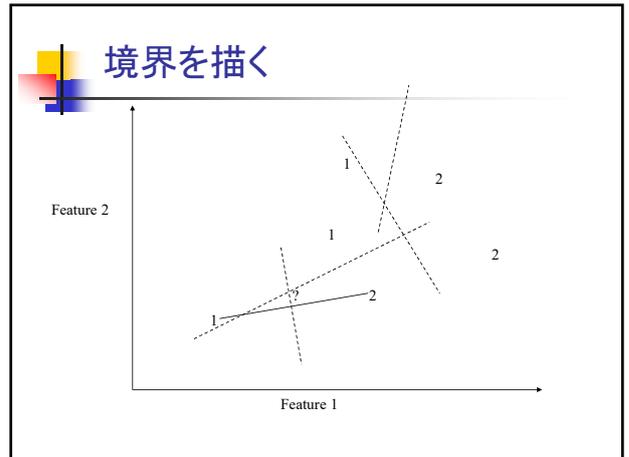
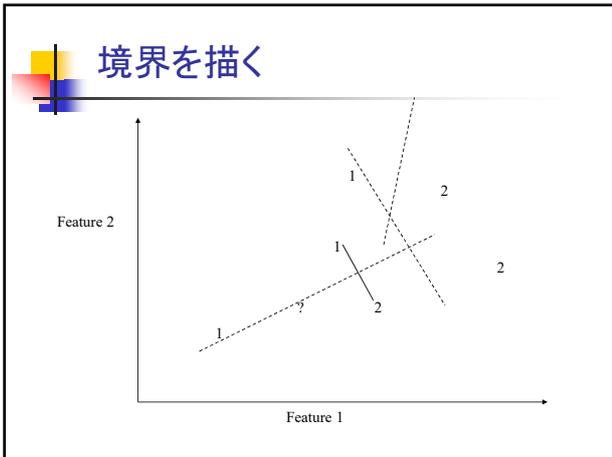


### 境界を描く



### 境界を描く

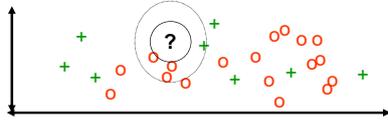








## K-NN と不要な特徴



## 距離の問題

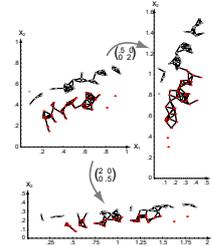
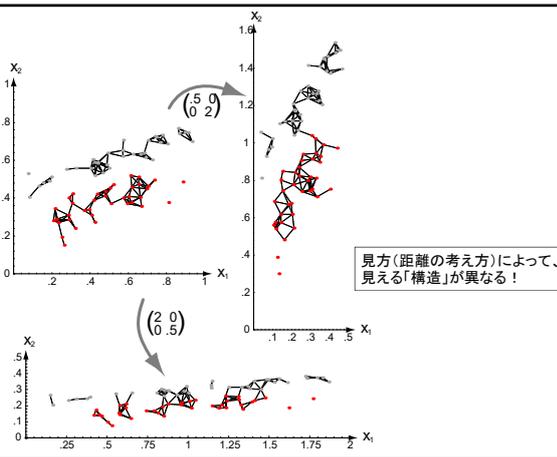


FIGURE 10.8 Scaling axes affects the clusters in a minimum-distance cluster method. The original data and minimum-distance clusters are shown in the upper left; points in one cluster are shown in red, while the others are shown in gray. When the vertical axis is expanded by a factor of 2.0 and the horizontal axis shrunk by a factor of 0.5, the clustering is altered (as shown at the right). Alternatively, if the vertical axis is shrunk by a factor of 0.5 and the horizontal axis is expanded by a factor of 2.0, smaller numbers of points to clusters differ from that in the original space. From: Richard O. Duda, Peter E. Hart, and David G. Stork, Pattern Classification, Copyright © 2001 by John Wiley & Sons, Inc.



## 次元の呪い

- 20個の属性で記述されるが、その内、たった2属性のみが意味ある場合を考える
- 次元の呪い:
  - k-NNなら、他の18属性の値でどんな結論も出うる
- 解決方法
  - j番目の属性に $z_j$ の荷重を。 $z_j$ は予測誤差最小となるように選択
  - cross-validationを用いて自動的に $z_j$ を決定

## Locally weighted regression

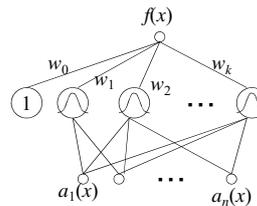
- k-NN は各問合せ $x_q$ で $f$ の局所近似を構成していた
- $x_q$ の周囲で $f(x)$ の近似関数を明示的に構成したらどうだろうか?
  - k-NNに線型回帰したら?
  - 2次回帰では?
  - 区分回帰したら?
- 最小化すべき誤差にもいくつかの候補が

$$E_1(x_q) = \frac{1}{2} \sum_{x \in x_q \text{ の } k\text{-NN}} (f(x) - \hat{f}(x_q))^2$$

$$E_2(x_q) = \frac{1}{2} \sum_{x \in D} (f(x) - \hat{f}(x_q))^2 K(d(x_q, x))$$

## Radial Basis Function Network

- 局所近似の線型結合による大域近似
- 神経回路網の一種
- distance-weighted regression に類似
  - lazy ではなく eager であるが



$$f(x) = w_0 + \sum_{u=1}^k w_u K_u(d(x_u, x))$$

$K_u(d(x_u, x))$  の一例

$$K_u(d(x_u, x)) \equiv e^{-\frac{1}{2\sigma^2} d(x_u, x)^2}$$

## RBFの学習

- $K_u(d(x_u, x))$  の  $x_u$  の定め方
  - 事例空間に一様にばら撒く
  - 事例を使用(事例の分布が反映)
- 荷重の学習 ( $K_u$  は正規分布とする)
  - 各  $K_u$  の分散(と平均)を定める
    - 例えば、EMを使用
  - $K_u$  を固定したまま、線型出力部分を学習
    - 線型回帰で高速に

## Lazy 対 eager

- Lazy: 事例からの一般化をしない。問合せがあったときに考える
  - k-Nearest Neighbor
- Eager: 問合せ前に予め一般化しておく
  - 「学習」アルゴリズム、ID3, 回帰, RBF, ...
- 違いはあるか？
  - Eager学習は全域的な近似を作成
  - Lazy学習は局所近似を大量に作成
  - 同じ仮説空間を使うなら、lazyの方が複雑な関数を作成
    - over-fittingの可能性
    - 柔軟(複雑なところと単純なところの組合せ)

## まとめ

- 事例ベースアプローチ
  - 大域的な構造を仮定しない
    - どんな場合にも使える
  - 雑音に弱い(大域構造を用いた平滑化ができない)
  - 次元の呪い