情報意味論（12）Boosting

慶應義塾大学理工学部
櫻井 彰人

競馬で当てるには？

- 予想屋（ではなく専門家に）訊く
- 仮定:
  - 専門家であっても、極めて正確な予測規則を作成することはできない
  - けれども、どんな事例であっても、それを聞けば、ランダム以上の予測をする予測規則を作成することはできる
- よく当たる予測規則を作る方法はあるか？

アイデア

- 専門家に経験則を作ってもらい、それを集める（統合する）。
- 統合方法その1
  - 一気に作ってもらい、例えば、多数決を取る
- 統合方法その2
  - ある人の経験則を使ってみる。
  - その人の経験則が失敗する事例を集め、別の人の経験則を適用する
  - そして、、、

実は、これがうまくいくのです。おまけに、専門家でなくても弱学習アルゴリズム “weak” learning algorithm でよい

課題

- （教えを請うときには）どのレースを選べばよいのか?
  - 前の人が失敗したレースを選ぶのだが、その中でも
  - 最も難しいレースに集中する
    （それまでの経験則では最も外れているレースのこと）
- これらの経験則をどう統合すれば、一つの予測規則にできるのか?
  - 経験則の（重み付き）多数決をとる

ただ、学習事例を人によって変えてしまったので、何か工夫が必要そうな気がする。

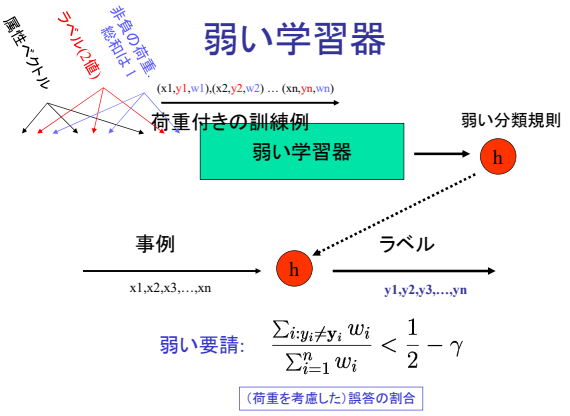
目次

- boosting 入門 (AdaBoost)
- 訓練誤差の解析
- マージンの理論に基づく、汎化誤差の検討
- 結果例

以下のスライドは、主に、下記論文に基づく
Robert E. Schapire. **The boosting approach to machine learning: An overview.** In D. D. Denison, M. H. Hansen, C. Holmes, B. Mallick, B. Yu, editors, *Nonlinear Estimation and Classification*. Springer, 2003.

Robert E. Schapire, Yoav Freund, Peter Bartlett and Wee Sun Lee. **Boosting the margin: A new explanation for the effectiveness of voting methods**. *The Annals of Statistics*, 26(5):1651-1686, 1998.

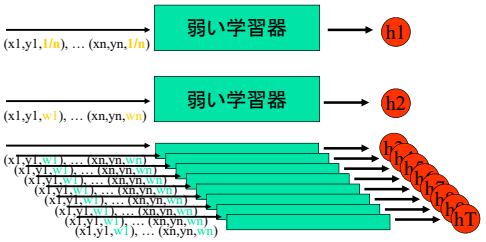
弱い学習器



弱い要請: $\frac{\sum_{i:y_i \neq \mathbf{y}_i} w_i}{\sum_{i=1}^{n} w_i} < \frac{1}{2} - \gamma$

（荷重を考慮した）誤答の割合

ブースティングの過程

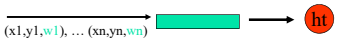


最終規則: Sign[α1 h1 + α2 h2 + … + αT hT]

AdaBoost [Freund & Schapire '97]

- 2値ラベル y = -1,+1
- 出力: Sgn[$\Sigma_t \alpha_t h_t(x)$]　（これは重み付き多数決）
  （微妙な違いに注意）
- margin(x,y) = y [$\Sigma_t \alpha_t h_t(x)$]　サンプル毎、正解には正の値
- 次の値を最小化するように h_t と α_t を選ぶ（まず h_t を選び、次に α_t を選ぶ）

  $\Sigma_{(x,y)}$ exp (-margin(x,y))
  = $\Sigma_{(x,y)}$ exp (- y [$\Sigma_t \alpha_t h_t(x)$])　（陽に解けるので、α_t の最小化問題の解の計算は簡単）



ht はどう決めるのか？
wt=Dt と学習器で決める
wt はどう決めるのか？
ht-1 の誤りから決める

AdaBoost の計算手順（改）

- $D_1(i) = \Pr(i)$
- 学習により $D_t(\cdot) \Rightarrow h_t(\cdot)$
- $\varepsilon_t = \Pr_{i\sim D_t}[h_t(x_i) \neq y_i] = \sum_{i:h_t(x_i)\neq y_i} D_t(i)$

  $\alpha_t = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-\varepsilon_t}{\varepsilon_t}\right) > 0$

  $D_{t+1}(i) = \frac{D_t(i)}{Z_t} \cdot \begin{cases} e^{-\alpha_t} & \text{if } y_i = h_t(x_i) \\ e^{\alpha_t} & \text{if } y_i \neq h_t(x_i) \end{cases}$

  ただし、 Z_t は $1 = \sum_{i=1}^{m} D_{t+1}(i)$ となるように定める
- $H_{\text{final}}(x) = \operatorname{sgn}\left(\sum_t \alpha_t h_t(x)\right)$

学習器に対する要請は、「誤り率が0.5未満」だが、最良のものを返す方がよいと考えられる。

Yoav Freund and Robert E. Schapire.
A decision-theoretic generalization of on-line learning and an application to boosting.
Journal of Computer and System Sciences, 55(1):119-139, August 1997.

Adaboost の主な性質

- あてずっぽう（正解確率1/2）に対する、弱い学習器の正解率差（正値）: $\gamma_1,\gamma_2,..,\gamma_T$. その時 最終規則の 訓練誤差 は高々

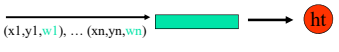
$$\exp\left(-2\sum_{t=1}^{T}\gamma_t^2\right) = \exp\left(-2\sum_{t=1}^{T}(1/2-\varepsilon_t)^2\right)$$

訓練誤りを計算するときの、訓練データの荷重は、初期荷重
（変更した荷重値は、あくまでも、学習のためであるから）

再掲: AdaBoost [Freund & Schapire '97]

- 2値ラベル y = -1,+1
- 出力: Sgn[$\Sigma_t \alpha_t h_t(x)$]
- margin(x,y) = y [$\Sigma_t \alpha_t h_t(x)$]
- 次の値を最小化するように h_t と α_t を選ぶ（まず h_t を選び、次に α_t を選ぶ）

  $\Sigma_{(x,y)}$ exp (-margin(x,y))
  = $\Sigma_{(x,y)}$ exp (- y [$\Sigma_t \alpha_t h_t(x)$])　（陽に解けるので、α_t の最小化問題の解の計算は簡単）



ht はどう決めるのか？
wt=Dt と学習器が決める
wt はどう決めるのか？
ht-1 の誤りから決める

最急降下法としての Adaboost

- 探索する、分類器の空間: “弱い仮説” の線形和のなす空間 $\Sigma_t \alpha_t h_t(x)$
- 当初の目標: 誤り数最小の超平面を見つける
  $\Sigma_{(x,y)} (1 - y \mathrm{Sgn}[\Sigma_t \alpha_t h_t(x)])/2$
  $= \Sigma_{(x,y)} (1 + \mathrm{Sgn}[- y \Sigma_t \alpha_t h_t(x)])/2$
  - NP-hard な問題であることが知られている (d を当該空間の次元とするとき、d の多項式時間で動作するアルゴリズムが存在しないだろう)
- 妥協案: 指数損失関数で(誤り数関数を)代用して、軸毎の最急降下を用いる.
  $\Sigma_{(x,y)} \exp (- y [\Sigma_t \alpha_t h_t(x)])$

最小化: 定式化

- 判別関数の損失: $L(F(\cdot)) = \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i F(x_i))$
- Adaboost の判別関数: 一般には $\sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i F(x_i)) \Pr(x_i)$

$$f(x) = \sum_t \alpha_t h_t(x) \qquad H_{\text{final}}(x) = \operatorname{sgn} f(x)$$

- $f(x)$ に新たに仮説 $h(x)$ を加えた関数

$$f(x) + ch(x)$$

の損失 $L(f(\cdot) + ch(\cdot))$ を最小化する c を求めよう

損失関数最小化: 式変形

$$\begin{aligned}
&L(f(\cdot) + ch(\cdot)) \\
&= \sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i (f(x_i) + ch(x_i)) \Pr(x_i) \\
&= \sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i f(x_i)) \exp(-y_i ch(x_i)) \Pr(x_i) \\
&= L(f(\cdot)) \sum_{i=1}^{m} \frac{\exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i)}{\tilde{Z}} \exp(-y_i ch(x_i)) \\
&= L(f(\cdot)) \sum_{i=1}^{m} \tilde{D}(i) \exp(-y_i ch(x_i)) \\
&= L(f(\cdot)) \left(\sum_{i:y_i = h(x_i)} \tilde{D}(i) \exp(-y_i ch(x_i)) + \sum_{i:y_i \neq h(x_i)} \tilde{D}(i) \exp(-y_i ch(x_i)) \right) \\
&= L(f(\cdot)) \left(\exp(-c) \sum_{i:y_i = h(x_i)} \tilde{D}(i) + \exp(c) \sum_{i:y_i \neq h(x_i)} \tilde{D}(i) \right) \\
&= L(f(\cdot)) (\exp(-c)(1-\varepsilon) + \exp(c)\varepsilon)
\end{aligned}$$

なお、 $L(ch(\cdot)) = \exp(-c)(1-\varepsilon) + \exp(c)\varepsilon$ とおく

$$\tilde{D}(i) = \frac{\exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i)}{\tilde{Z}}$$

$$\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i)$$

$$\varepsilon = \sum_{i:y_i \neq h(x_i)} \tilde{D}(i)$$

$$L(f(\cdot)) = \sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i) = \tilde{Z}$$

損失関数最小化

$$\varepsilon = \sum_{i:y_i \neq h(x_i)} \tilde{D}(i)$$

$$\tilde{D}(i) = \frac{\exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i)}{\tilde{Z}}$$

$$\tilde{Z} = \sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i)$$

- 導関数

$$\begin{aligned}
\frac{d}{dc} L(f(\cdot) + ch(\cdot)) &= \frac{d}{dc} L(f(\cdot)) (\exp(-c)(1-\varepsilon) + \exp(c)\varepsilon) \\
&= L(f(\cdot)) (-\exp(-c)(1-\varepsilon) + \exp(c)\varepsilon) \\
&= L(f(\cdot)) \exp(-c)\varepsilon (-(1-\varepsilon)/\varepsilon + \exp(2c))
\end{aligned}$$

より、 $c = \frac{1}{2}\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}$ のとき $L(f(\cdot) + ch(\cdot)) = L(f(\cdot)) 2\sqrt{(1-\varepsilon)\varepsilon}$

$L(ch(\cdot)) = 2\sqrt{(1-\varepsilon)\varepsilon}$

h はなんでもよいのだが、$c > 0$, $2\sqrt{(1-\varepsilon)\varepsilon} < 1$, *i.e.* $\varepsilon < 1/2$ となるべし

- すなわち

$$f(x) = \sum_t \alpha_t h_t(x)$$

$c<0$ なら $-h$ を用いる. $\varepsilon = 1/2$ はダメ

$$\tilde{D}(i) = \frac{\exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i)}{\tilde{Z}}, \quad \text{where } \tilde{Z} = \sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i f(x_i)) \Pr(x_i)$$

$$\varepsilon = \sum_{i:y_i \neq h(x_i)} \tilde{D}(i)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}$$

h に自由度があるとはいえ、損失関数 L がより小さくなるためには、εが小さい h の方がよい

$$f_{\text{new}}(x) = \sum_t \alpha_t h_t(x) + \alpha h(x)$$

逐次的アルゴリズムに変換(1)

$$f(x) = \sum_t \alpha_t h_t(x)$$

$$\tilde{D}(i) = \frac{\exp(-y_i f(x_i))}{\tilde{Z}}, \qquad \tilde{Z} = \sum_{i=1}^{m} \exp(-y_i f(x_i))$$

$$\varepsilon = \sum_{i:y_i \neq h(x_i)} \tilde{D}(i)$$

$$\alpha = \frac{1}{2}\ln\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}$$

$$f_{\text{new}}(x) = \sum_t \alpha_t h_t(x) + \alpha h(x)$$

$$\frac{L(f_t(\cdot))}{L(f_{t-1}(\cdot))} = 2\sqrt{(1-\varepsilon_t)\varepsilon_t}$$

$$f_{t-1}(x) = \sum_{s=1}^{t-1} \alpha_s h_s(x)$$

$$D_t(i) = \frac{\exp(-y_i f_{t-1}(x_i))}{\tilde{Z}}, \quad \text{where } 1 = \sum_{i=1}^{m} D_t(i)$$

$$D_t(\cdot) \Rightarrow h_t(\cdot)$$

$$\varepsilon_t = \sum_{i:y_i \neq h_t(x_i)} D_t(i)$$

$$\alpha_t = \frac{1}{2}\ln\frac{1-\varepsilon_t}{\varepsilon_t}$$

$$f_t(x) = \sum_{s=1}^{t} \alpha_s h_s(x)$$

h_t に自由度があるとはいえ、D_t によって定まる ε_t がより小さくなる方がよい。すなわち、D_t を参照しながら、h_t を定めるべし

$$D_t(\cdot) \Rightarrow h_t(\cdot)$$

$$\varepsilon_t = \sum_{i:y_i \neq h_t(x_i)} D_t(i)$$

$$\alpha_t = \frac{1}{2}\ln\frac{1-\varepsilon_t}{\varepsilon_t}$$

$$f_t(x) = \sum_{s=1}^{t} \alpha_s h_s(x)$$

$$D_{t+1}(i) = \frac{\exp(-y_i f_t(x_i))}{\tilde{Z}_t}, \quad \text{where } 1 = \sum_{i=1}^{m} D_{t+1}(i)$$

逐次的アルゴリズムに変換(2)

$$D_1(i) = 1/m \qquad \text{一般には } D_1(i) = \Pr(x_i)$$

学習により $D_t(\cdot) \Rightarrow h_t(\cdot)$

$$\varepsilon_t = \sum_{i:h_t(x_i) \neq y_i} D_t(i) = \Pr_{i \sim D_t}[h_t(x_i) \neq y_i]$$

$$\alpha_t = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-\varepsilon_t}{\varepsilon_t}\right) > 0$$

$$D_{t+1}(i) = \frac{D_t(i)}{Z_t} \cdot \begin{cases} e^{-\alpha_t} & \text{if } y_i = h_t(x_i) \\ e^{\alpha_t} & \text{if } y_i \neq h_t(x_i) \end{cases}$$

$$1 = \sum_{i=1}^{m} D_{t+1}(i)$$

$$H_{\text{final}}(x) = \operatorname{sgn}\left(\sum_t \alpha_t h_t(x)\right)$$

$$\begin{aligned}
\exp(-y_i f_t(x_i)) &= \exp(-y_i f_{t-1}(x_i)) \cdot \\
&\quad \exp(-y_i \alpha_t h_t(x_i))
\end{aligned}$$

$$D_t(\cdot) \Rightarrow h_t(\cdot)$$

$$\varepsilon_t = \sum_{i:y_i \neq h_t(x_i)} D_t(i)$$

$$\alpha_t = \frac{1}{2}\ln\frac{1-\varepsilon_t}{\varepsilon_t}$$

$$f_t(x) = \sum_{s=1}^{t} \alpha_s h_s(x)$$

$$D_{t+1}(i) = \frac{\tilde{Z}_{t-1} D_t(i) \cdot \exp(-y_i \cdot \alpha_t \cdot h_t(x_i))}{\tilde{Z}_t}$$

$$= \frac{D_t(i)}{\tilde{Z}_t / \tilde{Z}_{t-1}} \cdot \exp(-y_i \cdot \alpha_t \cdot h_t(x_i))$$

訓練誤差

- 定理 [Freund and Schapire '97]:

  ε_t を $\frac{1}{2} - \gamma_t$ と書く. i.e. $\gamma_t = \frac{1}{2} - \varepsilon_t$

  この時 $\text{training error}(H_{\text{final}}) \le \exp\left(-2\sum_t \gamma_t^2\right)$

  従って、もし $\forall t: \gamma_t \ge \gamma > 0$ なら

  $\text{training error}(H_{\text{final}}) \le \exp\left(-2\gamma^2 T\right)$

  訓練誤差は、初期分布（一様分布）で考えている（それが与えられた問題だから）

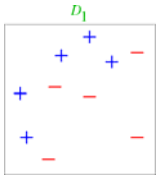
- 注: AdaBoost は adaptive:
  - γ や T を事前に知っている必要はない

証明（レポート課題）

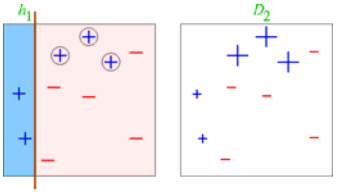
$$\begin{aligned}
\text{Error}_{\text{Train}}(H_{\text{final}}) &= \frac{1}{m}\left(\sum_{i=1}^{m}(1 - y_i H_{\text{final}}(x_i))/2\right) \\
&= \\
&\le \\
&= \\
&= \\
&\le \\
&= \exp\left(-2\sum \gamma_t^2\right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
L(F(\cdot)) &= \frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\exp(-y_i F(x_i)) \\
\frac{L(f_t(\cdot))}{L(f_{t-1}(\cdot))} &= 2\sqrt{(1-\varepsilon_t)\varepsilon_t} \\
&= \sqrt{1-4\gamma_t^2} \\
L(f_1(\cdot)) &= \sqrt{1-4\gamma_1^2} \\
\exp(-x) &\ge 1 - x \text{ for } x \ge 0
\end{aligned}$$

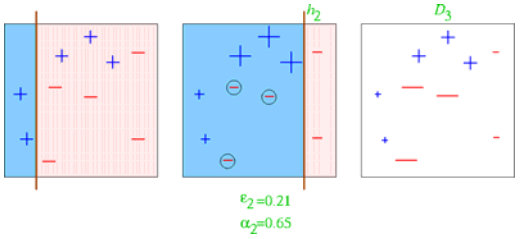
トイ



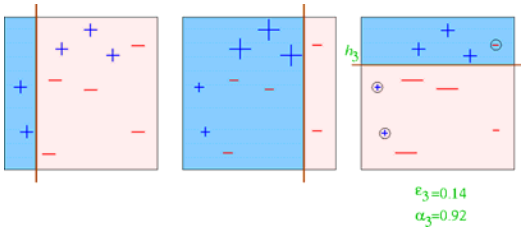
第一巡目



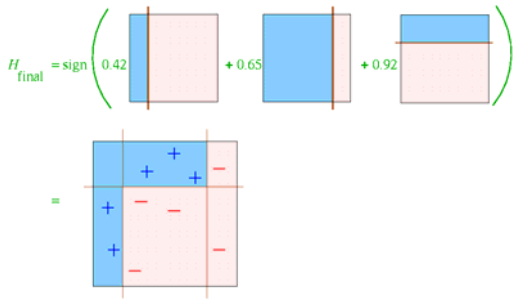
第二巡目



第三巡目



最終仮説



Boosting Applet

http://www.cse.ucsd.edu/~yfreund/adaboost/index.html

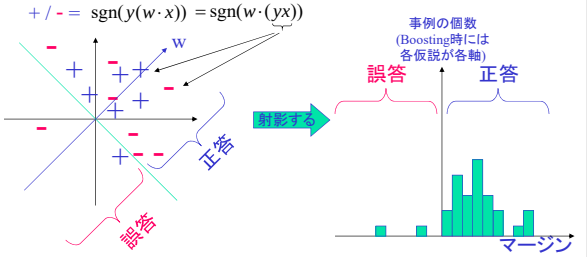
SVMでは分類超平面のマージンを考えてきたが、ここでは、各点の分類超平面に対するマージンを考える

マージンというもの

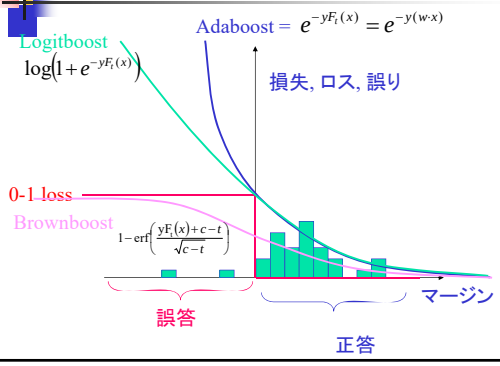
$x, w \in R^n; y \in \{-1,+1\}$　　予測 = $\text{sgn}(w \cdot x)$

マージン = $y(w \cdot x)/\|w\|$

$+ / - = \text{sgn}(y(w \cdot x)) = \text{sgn}(w \cdot (yx))$



損失関数



Boosting の形式化

- 所与の訓練データ集合 $X=\{(x_1,y_1),\ldots,(x_m,y_m)\}$
- $y_i \in \{-1,+1\}$ 事例 $x_i \in X$ に対する正しいラベル
- D_1 = ある, $\{1,\ldots,m\}$ 上の初期分布 D_0
- for $t = 1,\ldots,T$:
  - D_t に基づき弱仮説を見出す $h_t : X \to \{-1,+1\}$
  - D_t 上で誤差 ε_t を求める. $\varepsilon_t = \Pr_{i\sim D_t}[h_t(x_i) \neq y_i] = \sum_{i:h_t(x_i)\neq y_i} D_t(i)$
  - D_{t+1} を ε_t と D_t とから求める
- 最終仮説 H_{final} を出力

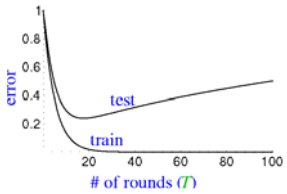
一度に一軸ごと

- Adaboost は指数損失関数に対して 最急降下法 を適用する
- 繰り返し一度につき, 一軸 ("弱い学習器")追加.
- 2進分類器 における弱学習＝ あてずっぽうよりちょっとよい学習器.
  - 回帰における弱学習 – 未解明.
- 事例に対する荷重 を用いて、弱学習器に降下方向を教える
- これによって実際に 計算 できるようになる

良い弱学習器とは?

- 弱学習器(達)は、
- 属性・ラベル間のありうる関係のほとんどと(弱い)相関が表現できるように、十分に柔軟でなければならない.
- 荷重つき訓練誤差を最小化する仮説の空間が全探索ができるくらい十分に小さくあるべき.
- 過学習とならないよう小さくあるべき.
- ラベルの予測値が非常に効率よく計算できるべき.
- "狭い専門家" であってよい – 入力空間の小さい部分空間内でのみ予測を行い, それ以外では 予測を控える (出力 0)としてよい

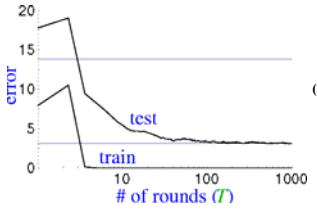
汎化誤差の解析



通常の期待 or 予想:

- 訓練誤差は、継続して、低下する(0になるかも)
- H_{final} が複雑になりすぎると、テスト誤差は、増大する(オッカムの剃刀)

ある実験結果 [Schapire et al. 98]

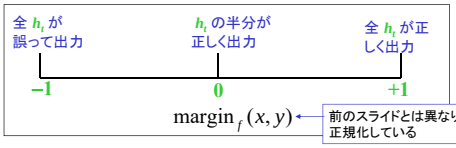


(boosting on C4.5 on "letter" dataset)

- 1,000 巡以降でもテスト誤差は増加しない
  - (C4.5を用いているため) ノード数の合計 ~2,000,000
- 訓練誤差が0となった後も、テスト誤差は減少を続ける
- オッカムの剃刀のいう、単純な規則がよいというのは、誤り

http://www.cs.princeton.edu/courses/archive/fall05/cos402/readings/boost-slides.pdf

(正規化)マージンからみると



アイデア: 分類の信頼度 (マージン) を考えよう:

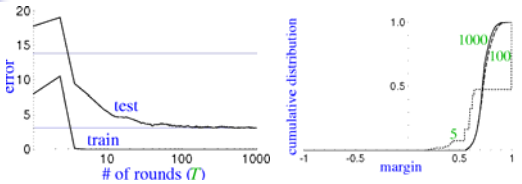
- まず下記に注意

$$H_{\text{final}}(x) = \text{sgn}(f(x)) \qquad \frac{f(x)}{\sum_t |\alpha_t|} = \frac{\sum_t \alpha_t h_t(x)}{\sum_t \alpha_t} \in [-1,1]$$

SVMでは分類超平面のマージンを考えてきたが、ここでは、各点の分類超平面に対するマージンを考える

- 定義: (x,y) のマージン: $\text{margin}_f(x,y) = \dfrac{y \cdot f(x)}{\sum_t |\alpha_t|}$

マージンの累積分布 [Schapire et al. 98]



epoch	5	100	1000
training error	0.0	0.0	0.0
test error	8.4	3.3	3.1
%margins≤0.5	7.7	0.0	0.0
Minimum margin	0.14	0.52	0.55

Boosting はマージンを大きくする

- 次の損失関数を最小化することであった

$$\sum_i e^{-y_i f(x_i)} = \sum_i e^{-y_i \sum_t \alpha_t h_t(x_i)} = \sum_i e^{-\text{margin}_f(x_i,y_i) \sum_t \alpha_t}$$

(x_i,y_i) のマージンに比例

マージンに基づく解析

汎化誤差を訓練事例のマージンの関数で抑える:

$$\text{error} = \Pr[\text{margin}_f(x,y) \le 0]$$

$$\le \hat{\Pr}[\text{margin}_f(x,y) \le \theta] + \tilde{O}\left(\sqrt{\frac{\text{VC}(H)}{m\theta^2}}\right)$$

上手く学習してこのような学習サンプルがないように(または少ないように)する。

θ が大きくとれれば、これは小さくなる

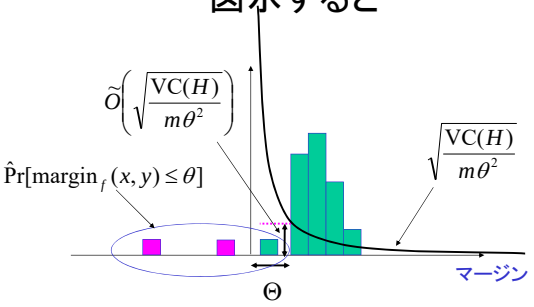
$O\left(\sqrt{\frac{d\log^2(m/d)}{m\theta^2} + \frac{\log(1/\delta)}{m}}\right)$

（Pr はデータ空間で、P^r は訓練データ上）
（Hが有限なら VC(H) ~ log |H| ）
（任意のθ>0 に対し、訓練事例分布上確率 1-δで成立）

- 訓練事例マージン大 ⇒ θが大きくとれる
- 上界は学習エポック数に依存しない
- boosting は、マージンが最小の事例に着目し、当該事例のマージンを増加させようとする

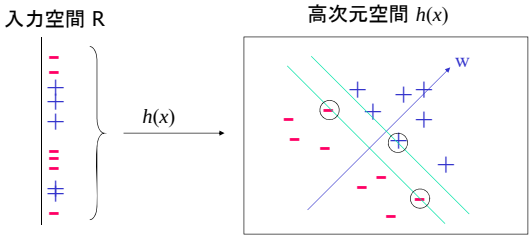
Robert E. Schapire, Yoav Freund, Peter Bartlett and Wee Sun Lee. **Boosting the margin: A new explanation for the effectiveness of voting methods.** *The Annals of Statistics*, 26(5):1651-1686, 1998.

図示すると



SVM との関係

SVM: x を高次元空間に写像して、線形分離する



SVM との関係（続）

$$H(x) = \begin{cases} +1 & \text{if } 2x^5 - 5x^2 + x > 10 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$$\vec{h}(x) = (1, x, x^2, x^3, x^4, x^5)$$

$$\vec{\alpha} = (-10, 1, -5, 0, 0, 2)$$

$$H(x) = \begin{cases} +1 & \text{if } \vec{\alpha} \cdot \vec{h}(x) > 0 \\ -1 & \text{otherwise} \end{cases}$$

SVM との関係

- どちらもマージンを大きくする:

最小マージンの最大値

$$\theta \equiv \max_w \min_i \frac{y_i(\vec{\alpha} \cdot \vec{h}(x_i))}{\|\vec{\alpha}\|}$$

- SVM: $\|\vec{\alpha}\|_2$ ユークリッドノルム (L_2)
- AdaBoost: $\|\vec{\alpha}\|_1$ マンハッタンノルム (L_1)

Adaboostは、最小マージンの最大化ではない

- 最適化や PAC による上界と関係がでてくる

[Freund et al '98]

補足: マージンについて

- 最小マージン最大化は、Adaboostに比べ精度が低いことが多かった [Breiman, 1999].
- Weak classifier である決定木の複雑度をノード数で制約したため、深い木ができている。マージンの分布が重要である [Reyzin and Schapire, 2006]
- マージン分布の平均値間の差を最大に、分散を最小化すると, (最小マージン最大化を目的とする) SVM よりよい汎化能力が得られる [Zhang and Zhi-Hua Zhou, 2014]

AdaBoost の実用的価値

- かなり速い
- 単純かつ容易にプログラムできる
- チューニングパラメータは一個だけ (T)
- 事前知識不要
- 融通性: どんな分類器とも組合せ可能 (ニューラルネット, C4.5, …)
- 有効性が証明済み (弱学習器の存在は仮定する)
  - 発想の転換: 目標は、単に、random guessing よりよい仮説を見つければよいだけ
- はずれ値も見つける

注意点はある

- 性能は、データと当該弱学習器に依存
- AdaBoost が失敗するのは
  - 弱学習器が複雑すぎる (過学習)
  - 弱学習器が弱すぎる ($\gamma_t \to 0$ となるのが速すぎる)

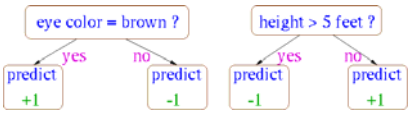
    どうしても、実際にはこうなってしまう

    $$\text{training error}(H_{\text{final}}) \le \exp\left(-2\sum_t \gamma_t^2\right)$$
    - 学習不足
    - マージンが小 → 過学習
- 経験的には, AdaBoost はノイズの影響を受けやすいように思われる

UCI ベンチマーク

比較

- C4.5 (Quinlan の決定木学習)
- Decision Stumps (切株. ノード一個)



UCI 結果[Schapire et al. 98]

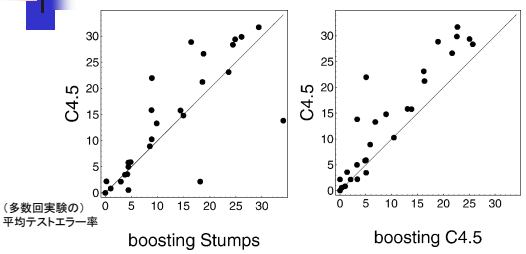
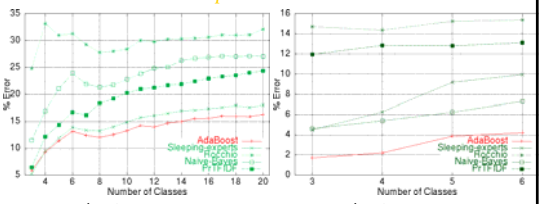


Figure 3: Comparison of C4.5 versus boosting stumps and boosting C4.5 on a set of 27 benchmark problems as reported by Freund and Schapire [30]. Each point in each scatterplot shows the test error rate of the two competing algorithms on a single benchmark. The y-coordinate of each point gives the test error rate (in percent) of C4.5 on the given benchmark, and the x-coordinate gives the error rate of boosting stumps (left plot) or boosting C4.5 (right plot). All error rates have been averaged over multiple runs.

テキスト分類[Schapire&Singer 00]

- Decision stumps: 単語や短句の存在/不存在. 例:

  "If the word Obama appears in the document predict document is about politics"



データ: AP　　データ: Reuters

他の比較 [Quinlan, '96]

	C4.5	Bagged C4.5 vs C4.5			Boosted C4.5 vs C4.5			Boosting vs Bagging	
	err (%)	err (%)	w-l	ratio	err (%)	w-l	ratio	w-l	ratio
anneal	7.67	6.25	10-0	.814	4.73	10-0	.617	10-0	.758
audiology	22.12	19.29	9-0	.872	15.71	10-0	.710	10-0	.814
auto	17.66	19.06	2-8	1.113	15.22	9-1	.862	9-1	.774
breast-w	5.28	4.23	9-0	.802	4.09	9-0	.775	7-2	.966
chess	8.55	8.33	6-2	.975	4.59	10-0	.537	10-0	.551
colic	14.92	15.19	0-6	1.018	18.83	0-10	1.262	0-10	1.240
credit-a	14.70	14.13	8-2	.962	15.64	1-9	1.064	0-10	1.107
credit-g	28.44	25.81	10-0	.908	29.14	2-8	1.025	0-10	1.129
diabetes	25.39	23.63	9-1	.931	28.18	0-10	1.110	0-10	1.192
glass	32.48	27.01	10-0	.832	23.55	10-0	.725	9-1	.872
heart-c	22.94	21.52	7-2	.938	21.39	8-0	.932	5-4	.994
heart-h	21.53	20.31	8-1	.943	21.05	5-4	.978	3-6	1.037
hepatitis	20.39	18.52	9-0	.908	17.68	10-0	.867	6-1	.955
hypo	.48	.45	7-2	.928	.36	9-1	.746	9-1	.804
iris	4.80	5.13	2-6	1.069	6.53	0-10	1.361	0-8	1.273
labor	19.12	14.39	10-0	.752	13.86	9-1	.725	5-3	.963
letter	11.99	7.51	10-0	.626	4.66	10-0	.389	10-0	.621
lymphography	21.69	20.41	8-2	.941	17.43	10-0	.804	10-0	.854
phoneme	19.44	18.73	10-0	.964	16.36	10-0	.842	10-0	.873
segment	3.21	2.74	9-1	.853	1.87	10-0	.583	10-0	.684
sick	1.34	1.22	7-1	.907	1.05	10-0	.781	9-1	.861
sonar	25.62	23.80	7-1	.929	19.62	10-0	.766	10-0	.824
soybean	7.73	7.58	6-3	.981	7.16	8-2	.926	8-1	.944
splice	5.91	5.58	9-1	.943	5.43	9-0	.919	6-4	.974
vehicle	27.09	25.54	10-0	.943	22.72	10-0	.839	10-0	.889
vote	5.06	4.37	9-0	.864	5.29	3-6	1.046	1-9	1.211
waveform	27.33	19.77	10-0	.723	18.53	10-0	.678	8-2	.938
average	*15.66*	*14.11*		.903	*13.38*		.847		.930

Name	Cases	Classes	Attributes Cont	Attributes Discr
anneal	898	6	9	29
audiology	226	6	–	69
auto	205	6	15	10
breast-w	699	2	9	–
chess	551	2	–	39
colic	368	2	10	12
credit-a	690	2	6	9
credit-g	1,000	2	7	13
diabetes	768	2	8	–
glass	214	6	9	–
heart-c	303	2	8	5
heart-h	294	2	8	5
hepatitis	155	2	6	13
hypo	3,772	5	7	22
iris	150	3	4	–
labor	57	2	8	8
letter	20,000	26	16	–
lymph	148	4	–	18
phoneme	5,438	47	–	7
segment	2,310	7	19	–
sick	3,772	2	7	22
sonar	208	2	60	–
soybean	683	19	–	35
splice	3,190	3	–	62
vehicle	846	4	18	–
vote	435	2	–	16
waveform	300	3	21	–

Table 1: Comparison of C4.5 and its bagged and boosted versions.

まとめ

- boosting は分類課題に有用
  - 豊富な理論に裏付けられる
  - 実験的にも、パフォーマンスの良さが確認ずみ
  - しばしば (いつも、ではない) 過学習しにくい
  - 応用事例多い
- しかし
  - （得られた）分類器は遅い
  - 結果は、分かりにくい
  - ノイズに敏感なことあり

参考文献

- Leo Breiman. **Prediction games and arcing classifiers**. Technical Report 504, Statistics Department, University of California at Berkeley, 1997.
- Yoav Fruend and Robert E Schapire. **A decision-theoretic generalization of the on-line learning and an application to boosting**. Journal of Computer and System Sciences, 55(1):119-139, August 1997.
- Ron Meir and Gunnar Rätsch. **An introduction to boosting and leveraging**. In *Advanced Lectures on Machine Learning (LNAI2600)*, 2003.
- Lev Reyzin (Advisor: Shapire, Robert) **Analyzing Margins in Boosting** Senior Independent Work, Princeton University. 2004.
- Robert E. Schapire. **The boosting approach to machine learning: An overview**. In D. D. Denison, M. H. Hansen, C. Holmes, B. Mallick, B. Yu, editors, *Nonlinear Estimation and Classification*. Springer, 2003.
- Robert E. Schapire, Yoav Freund, Peter Bartlett and Wee Sun Lee. **Boosting the margin: A new explanation for the effectiveness of voting methods**. *The Annals of Statistics*, 26(5):1651-1686, 1998.

参考文献

Friedman, Hastie and Tibshirani. Additive logistic regression: A statistical view of boosting (with discussions). Annals of Statistics, 28(2):337–407.

- Leo Breiman. Prediction Games and Arcing Algorithms, Neural Computation 11(7) 1493-1517 (1999).
- Mease and Wyner. Evidence contrary to the statistical view of boosting (with discussions). JMLR, 9:131–201, 2008.
- T. Zhang, Statistical behavior and consistency of classification methods based on convex risk minimization, Ann. Statist. Volume 32, Number 1 (2004), 56-85.
- Lev Reyzin and Robert E. Schapire. **How Boosting the Margin Can Also Boost Classifier Complexity**. ICML '06 Proceedings of the 23rd international conference on Machine learning, 753-760 (2006).
- L. W. Wang, M. Sugiyama, C. Yang, Z.-H. Zhou, and J. Feng. A refined margin analysis for boosting algorithms via equilibrium margin. Journal of Machine Learning Research, 12:1835–1863, 2011.
- Teng Zhang and Zhi-Hua Zhou. Large Margin Distribution Machine. In Proceedings of the 20th ACM SIGKDD Conference on Knowledge Discovery and Data Mining, 313–322 (2014).
- Gao, W. and Zhou, Z.-H. On the doubt about margin explanation of boosting. Artificial Intelligence, 203:1–18, 2013.